

## Vorträge im Seminar „Paradoxien und Denksportaufgaben“

Die Kennzeichnungen B, M und P stehen für Bachelor- beziehungsweise Masterseminar im Sinne der neuen Prüfungsordnungen von 2021 sowie für Proseminar im Sinne der alten Prüfungsordnung. Umfang und Tiefe der Vorträge werden an diese Einstufung angepasst, für Vorträge mit gemischten Einstufungen auch im Rahmen der Aufteilung auf die beiden Vortragenden.

Die Angaben zum Stoff der Vorträge werden noch präzisiert. Bei einigen Vorträgen gibt es Teile, zu denen es keine brauchbare Literatur gibt, dazu gibt es dann jeweils eine Vorbesprechung mit den Vortragenden.

### Teil I: Denksportaufgaben

1. TILLMANN FEHRENBACH UND VERA PITTERMANN (B) Donnerstag, 12. Mai, 16 Uhr c.t.  
Das Problem der falschen Münze und untere Schranken.

Eine falsche Münze, die leichter oder schwerer als eine echte ist, soll unter 12, 13 oder 14 Münzen mit drei Wägungen einer Balkenwaage bestimmt werden, dazu finden sich im Netz unter counterfeit coin und balance verschieden Quellen, der Fall von 13 und 14 Münzen wird in einer Vorbesprechung geklärt. Für 14 Münzen ist die Aufgabe nicht lösbar, dies wird ähnlich bewiesen wie die untere Schranke von  $0,99 \cdot n \cdot \log n$  für die Anzahl der im Durchschnitt benötigten Vergleichen, um eine Liste mit  $n$  Elementen mit einem nur auf Vergleichen beruhenden Verfahren zu sortieren [14, Seite 175 ff].

2. DENISE BECKER UND ROBIN HOFMANN (B) Donnerstag, 19. Mai, 16 Uhr c.t.  
Das Hutproblem und fehlerkorrigierende Codes.

Hutproblem, Lösung für  $n = 3$ , Darstellung mit Sendern und Empfängern, allgemein Lösung mit perfekt fehlerkorrigierende Codes, Anwendung auf das Hutproblem, Optimalität der Lösung [5, 16].

3. ZAINAB MOHAMED BASHEER UND HILAL YOZKOYUNU (B) Donnerstag, 2. Juni, 16 Uhr c.t.  
Das Problem der 100 Gefangenen und zufällige Permutationen.

Unter der Bezeichnung Problem der 100 Gefangenen finden sich verschiedene Quellen im Netz, im Vortrag wird die Lösung der Denksportaufgabe vorgestellt, dabei wird die maximale Länge von Zyklen in einer zufällig gewählten Permutation betrachtet. Der Bezug zu Informatik ergibt sich über Betrachtungen zu Datenmodellen [7, 10].

### Teil II: Wahlen

4. SIMON KÖRNER UND SVEN ZELCH (P) Donnerstag, 2. Juni, nach Vortrag 3  
Nichttransitive Vergleiche und das Paradoxon von Condorcet.

Nichttransitivität bei Würfeln, Sportwettkämpfen und Wettspielen mit Münzwürfen [8, Kapitel 22], Paradoxon von Condorcet [2, Abschnitt 1.2], [15, Abschnitte 1.2 und 4].

5. DENIZ BÜFFOR UND GEDIMINAS MARCINKEVICIUS (B) Donnerstag, 9. Juni, 16 Uhr c.t.  
Paradox erscheinende Eigenschaften von Wahlsystemen.

Weitere paradox erscheinende Eigenschaften von Wahlsystemen: die Paradoxien von Borda und Simpson, Paradoxien der Umwandlung von Gewinnern in Verlierer, des Nichterscheinens und des Wählerzwillings [15, Abschnitt 4].

6. YVONNE BENDER UND LISA GALVAGNO (B) Donnerstag, 9. Juni, nach Vortrag 5  
Das Paradoxon von Arrow.

Eigenschaften von Wahlsystemen, der Satz von Arrow [2, Abschnitt 1.2], [13, Abschnitt 9.2], [15, Abschnitte 1.2 und 4]

### Teil III: Kolmogorov-Komplexität und Zufallsfolgen

7. SOPHIA HECK UND AKIN YILMAZ (M-B) Donnerstag, 23. Juni, 16 Uhr c.t.  
Kolmogorov-Komplexität und das Paradoxon von Berry.  
Kolmogorov-Komplexität, Beispiele und Eigenschaften, Paradoxon von Berry, die Kolmogorov-Komplexität ist von oben approximierbar, aber nicht berechenbar, präfixfreie Variante und deren Eigenschaften, Kraft-Chaitin-Folgen [6, Paradoxon von Berry], [4, 12].
8. REBECCA MAHR UND AMREI MIHAN (B) Donnerstag, 30. Juni, 16 Uhr c.t.  
Zufallsfolgen.  
Identifizierung von Einheitsintervall und Cantorraum, der Menge aller unendlichen Binärfolgen, Lebesguemaß auf dem Cantorraum, Lebesgue-Nullmengen, Wettstrategien und Martingale, Fairnessbedingung, Charakterisierung von Nullmengen durch Martingale, effektive Wettstrategien und rekursiv zufällige Folgen, Beispiele für Wettstrategien und zufällige Folgen [4, 12].
9. JULIAN FRANZ UND SIMION MARTIN (B)  
Martin-Löf-zufällige Folgen.  
Lebesgue-Nullmengen und Martin-Löf-Tests, Charakterisierung der Martin-Löf-zufälligen Folgen mit Tests, mit linksberechenbare Martingalen und als inkomprimierbare Folgen, Martin-Löf-zufälligen Folgen und Maß-Eins-Sätze [4, 12].
10. ROMAN EISER UND SIMON KREUZER (B-P)  
Das Hutproblem und die Autoreduzierbarkeit von Zufallsfolgen.  
Untere und obere Schranken für die Autoreduzierbarkeit von Zufallsfolgen [4, 5].

### Teil IV: Unvollständigkeit der Arithmetik

Die Literatur zu diesem Teil folgt.

11. TIMON FEIN UND DANIEL SCHÄFFER (B)  
Die Logik erster Stufe und logische Kalküle.  
Ausdrucksfähigkeit, Syntax und Semantik der Logik erster Stufe, vollständige und korrekte Kalküle, Folgern und Schließen am Beispiel einer axiomatisierbaren Theorie wie der Gruppentheorie, arithmetische Formeln der Logik erster Stufe, Arithmetisierung von endlichen Folgen natürlichen Zahlen mit der Gödelschen  $\beta$ -Funktion.
12. THORSTEN FOGEL UND ADRIAN WÜST (B-M)  
Unvollständigkeit der Arithmetik.  
Arithmetisierung von Turingmaschinen und deren Berechnungen, es gibt eine arithmetische Formel  $\varphi$ , so dass  $\varphi(e, x, y, s)$  genau dann wahr ist, wenn die Turingmaschine  $M_e$  bei Eingabe  $x$  nach genau  $s$  Schritten mit Ausgabe  $y$  hält. Gödelscher Unvollständigkeitssatz: es gibt in der Logik erster Stufe kein effektives Axiomensystem aus dem genau die wahren Sätze der Arithmetik folgen, Beweis in drei Varianten: mit einer selbstbezüglichen Formel analog zur Paradoxie des Lügners, über die Unentscheidbarkeit des Halteproblems und mit Kolmogorov-Komplexität.

## Literatur

- [1] JON BARWISE (HRSG.) Handbook of Mathematical Logic. North Holland, 1977.
- [2] FELIX BRANDT, VINCENT CONITZER, ULLE ENDRISS, JÉRÔME LANG UND ARIEL D. PRO-CACCIA (HRSG.) Handbook of Computational Social Choice. Cambridge University Press, 2016.
- [3] BARRY S. COOPER Computability Theory. Chapman & Hall, 2004.
- [4] RODNEY G. DOWNEY UND DENIS HIRSCHFELDT Algorithmic randomness and complexity. Springer, 2010.
- [5] TODD EBERT, WOLFGANG MERKLE UND HERIBERT VOLLMER On the autoreducibility of random sequences. *SIAM Journal on Computing* 32:1542-1569, 2003,
- [6] GLENN W. ERICKSON UND JOHN A. FOSSA *Dictionary of Paradoxes*. University Press of America, 1998.
- [7] ANNA GÁL UND PETER BRO MILTERSEN The cell probe complexity of succinct data structures. *Theoretical Computer Science* 379:405—417, 2007 .
- [8] MARTIN GARDNER. The Colossal Book of Mathematics. W. W. Norton & Company, 2001.
- [9] JOHN GEANAKOPOLOS. Three brief proofs of Arrow’s impossibility theorem. *Economic Theory* 26:211–215, 2005.
- [10] NAVIN GOYAL UND MICHAEL SAKS. A parallel search game. *Random Structures & Algorithms* 27:227–234, 2005.
- [11] STEPHEN C. KLEENE. Introduction to Metamathematics. Siebte Auflage, North-Holland, 1974.
- [12] MING LI UND PAUL VITÁNYI. Introduction to Kolmogorov Complexity and its Applications. Zweite Auflage, Springer, 1997.
- [13] NOAM NISSAN, TIM ROUGHGARDEN, ÉVA TARDOS UND VIJAY V. VAZIRANI . Algorithmic Game Theory. Cambridge University Press, 2007.
- [14] WOLFGANG MERKLE. Randomized Algorithms. Vorlesungsfolien, Universität Heidelberg, Institut für Informatik, 2019.
- [15] JÖRG ROTHE. Economics and Computation. Springer, 2016.
- [16] J. H. VAN LINT. Introduction to Coding Theory. Dritte Auflage, Springer, 1999.